942. Radon-Nikodym ノ定理ニ就テ, II

吉田　耕作（阪大）

§3. Freudenthal ノスペクトル定理

Vector lattice (A)（§2）ノ條件 (5) ヲモット弱イ

(5)′　(A) ハ σ-complete デアル。

デ置キ換ヘテモ R-N 流ノ分解ガデキル。（但シ此ノ度ハ可附番個ノ階段要素列ノ semi-order ノ意味ノ lim ト表

ハサレル如キモノヲ絶對連續ト呼ブコトニシテ)。之レガF氏ノスペクトル定理ノ一般化ニナッテル譯デ、以下ノ *maximal method* ニヨル証明ハF氏ノヨリモ大分ワカリ良クハナイカト思ヒマス。

$\boxed{\text{補助定理1''}}$ $G \geqq 0$, $G \geqq \alpha E$, $\alpha > 0$, $E \in \mathcal{E}$ ナラ任意ノβ, $0 < \beta < \alpha$, ニ對シテ

$$E_\beta = \sup_{n \geqq 1} \left\{ n \left(\frac{G}{\beta} - 1 \right)^+ \wedge 1 \right\} \geqq E$$

且ツ $G \geqq \beta E_\beta$.

証明. $G \geqq \beta E_\beta$ ハ補助定理1''。簡単ノタメニ$\alpha = 1$ノ場合ニ$E_\beta \geqq E$ヲ証明シヨウ。 $0 < \delta < 1$トスレバ

$$G - (1-\delta) = G - (1-\delta)E - (1-\delta)(1-E) \geqq \delta E - (1-\delta)(1-E).$$

又$E \wedge (1-E) = 0$ニヨリ

$$\{\delta E - (1-\delta)(1-E)\}^+$$
$$= \{\delta E \vee (1-\delta)(1-E)\} - (1-\delta)(1-E)$$
$$= \{\delta E + (1-\delta)(1-E)\} - (1-\delta)(1-E) = \delta E.$$

ヨッテ $n \left\{ \frac{G}{1-\delta} - 1 \right\}^+ \wedge 1 \geqq \frac{n\delta}{1-\delta} E \wedge 1 \geqq n\delta E \wedge E = E$

for $n > \frac{1}{\delta}$.　　故ニ $E_{1-\delta} \geqq E$　　　　以上.

$\boxed{\text{(A)ノ分解}}$　$F > 0$トシ

$$E_\alpha = \sup_{n \geqq 1} \left\{ n \left(\frac{F}{\alpha} - 1 \right)^+ \wedge 1 \right\},$$

$$F = \sup_{\alpha > 0} (\alpha E_\alpha) \quad (\alpha\text{ハ正ノ有理数全体ヲ動ク})$$

ト置ク。証明スベキコトハ $G=F-\bar{F}\geqq 0$ ノ特異ナコトデアル。若シ G が特異デナイナラ，補助定理 $1'$ ニヨリ有理数 $\beta>0$ ト $E>0$，$E\in\mathfrak{E}$ が存在シテ $G\geqq\beta E$。補助定理 $1''$ ニヨリ $E_{\beta^{(1)}}\geqq E$ for $0<\beta^{(1)}<\beta$。$F\geqq\bar{F}$，$\bar{F}\geqq\beta^{(1)}E_{\beta^{(1)}}$ 及ビ $F-\bar{F}\geqq\beta E$ ニヨリ $F\geqq 2\beta^{(1)}E$。再ビ補助定理 $1''$ ニヨリ $E_{2\beta^{(2)}}\geqq E$ for $0<\beta^{(2)}<\beta^{(1)}$。$F\geqq\bar{F}$，$\bar{F}\geqq 2\beta^{(2)}E_{2\beta^{(2)}}$ 及ビ $F-\bar{F}\geqq\beta E$ カラ $F\geqq 3\beta^{(2)}E$。

以下同様ニシテ結局

$$0<\bar{\beta}<\beta \text{ ナラ } F\geqq n\bar{\beta}E \quad (n=1,2,\cdots\cdots)$$

之レハ矛盾デアル。何者，$E>0$ ダカラ

$$0<\sup_{n\geqq 1}(n\beta E)\leqq F,\quad 2\sup_{n\geqq 1}(n\beta E)=\sup_{n\geqq 1}(2n\beta E)=\sup_{n\geqq 1}(n\beta E)$$

ヲ得テ $0=\sup_{n\geqq 1}(n\beta E)$ デナケレバナラヌカラ。

—— 以上 ——